

Transformada de Laplace de funções típicas em dinâmica de processos

$f(t)$	$F(s)$	$f(t)$	$F(s)$
1	$\frac{1}{s}$	$\frac{1}{(\tau_1 - \tau_2)} (e^{-t/\tau_1} - e^{-t/\tau_2})$	$\frac{1}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}$
t	$\frac{1}{s^2}$	$\frac{1}{\tau^n (n-1)!} t^{n-1} e^{-t/\tau}$	$\frac{1}{(\tau s + 1)^n}$
e^{-bt}	$\frac{1}{s + b}$	$1 - e^{-t/\tau}$	$\frac{1}{s(\tau s + 1)}$
$\frac{1}{\tau} e^{-t/\tau}$	$\frac{1}{\tau s + 1}$	Sen (ωt)	$\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$
$\frac{1}{(b_1 - b_2)} (e^{-b_2 t} - e^{-b_1 t})$	$\frac{1}{(s + b_1)(s + b_2)}$	$t - \tau + \tau e^{-t/\tau}$	$\frac{1}{s^2(\tau s + 1)}$

Heaviside para raízes diferentes: $A_j = \lim_{s \rightarrow -p_j} [F(s) \cdot (s + p_j)] \quad j = 1, 2, \dots, n$

Heaviside para raízes iguais: $A_j = \lim_{s \rightarrow -p_j} \frac{1}{(j-1)!} \cdot \frac{d^{j-1}}{ds} [F(s) \cdot (s + p_j)^n] \quad \text{para } j = (n-1), n-2, \dots, 1$

1ª ordem	Resposta a um degrau	$\hat{Y}(t) = AK(1 - e^{-t/\tau})$
	Resposta a uma rampa de inclinação k	$\hat{Y}(t) = K \cdot k(t - \tau e^{-t/\tau} - \tau)$
	Resposta a uma onda senoidal de amplitude A e frequência ω	$\hat{Y}(t) = \frac{K \cdot A \cdot \omega \cdot \tau}{\tau^2 \cdot \omega^2 + 1} \cdot e^{-t/\tau} + \frac{K \cdot A}{\sqrt{\tau^2 \cdot \omega^2 + 1}} \cdot \text{sen}(\omega \cdot t - \theta)$ em que: $\theta = \tan^{-1}(\omega \cdot \tau)$

2ª ordem	Resposta a um degrau ($\xi > 1$)	$\hat{Y}(t) = AK \left(1 - \frac{\tau_1 e^{-t/\tau_1} - \tau_2 e^{-t/\tau_2}}{\tau_1 - \tau_2} \right) = AK \left\{ 1 - e^{-\xi \cdot t/\tau} \left[\cosh \left(\frac{(\xi^2 - 1)^{0.5} \cdot t}{\tau} \right) + \frac{\xi}{(\xi^2 - 1)^{0.5}} \sinh \left(\frac{(\xi^2 - 1)^{0.5} \cdot t}{\tau} \right) \right] \right\}$	
	Resposta a um degrau ($\xi = 1$)	Resposta a um degrau ($\xi < 1$)	
	$\hat{Y}(t) = AK \left[1 - \left(1 + \frac{t}{\tau} \right) e^{-t/\tau} \right]$	$\hat{Y}(t) = AK \left[1 - \left(\frac{e^{-\xi t/\tau}}{(1-\xi^2)^{0.5}} \cdot \text{sen}(\omega t + \Phi) \right) \right]$ em que: $\omega = \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\tau}$ e $\Phi = \tan^{-1}(-\omega \cdot t)$	
Período de osc. $P_{osc} = \frac{2\pi\tau}{(1-\xi^2)^{0.5}}$	Overshoot $OS = \exp \left(-\frac{\xi\pi}{(1-\xi^2)^{0.5}} \right)$	Razão de Amortecimento = OS^2	

Resposta de frequência	Razão de amplitude		Atraso de fase
		$RA = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}$	$\Phi = tg^{-1} \left(\frac{\beta}{\alpha} \right)$
1ª ordem	$RA = \frac{K}{\sqrt{1 + (\tau^2 \omega^2)}}$	$\Phi = -tg^{-1}(\omega\tau)$	
2ª ordem	$RA = \frac{K}{\sqrt{(1 - (\tau^2 \omega^2))^2 + (2\xi\tau\omega)^2}}$	$\Phi = -tg^{-1} \left(\frac{2\xi\tau\omega}{1 - (\tau^2 \omega^2)} \right)$	
Tempo Morto	$RA = 1$	$\Phi = -\omega t_0$	